

## **Lista zagadnień na egzamin licencjacki dla kierunku Matematyka**

### ***Zagadnienia wspólne dla wszystkich specjalności:***

1. Elementy logiki, rachunku zdań i rachunku zbiorów, kwantyfikatory.
2. Relacja równoważności, klasy abstrakcji relacji równoważności, relacje porządku.
3. Liczby naturalne i zasada indukcji.
4. Zbiory liczbowe, kresy zbiorów.
5. Zbiory przeliczalne i nieprzeliczalne, równoliczność zbiorów.
6. Pojęcie funkcji. Podstawowe pojęcia dotyczące funkcji (obraz, przeciwobraz zbioru, funkcja różnowartościowa, odwrotna, złożenie funkcji).
7. Funkcje elementarne i ich własności.
8. Określenie ciągu liczbowego, definicja zbieżności ciągu, własności ciągów zbieżnych.
9. Definicja szeregu liczbowego, zbieżności szeregu liczbowego, warunek konieczny zbieżności szeregu, kryteria zbieżności szeregów liczbowych, różne rodzaje zbieżności szeregu liczbowego.
10. Pojęcie granicy funkcji rzeczywistej w punkcie, określenie funkcji ciągłej w punkcie i w zbiorze, własności funkcji ciągłych. Pojęcie jednostajnej ciągłości funkcji.
11. Określenie pochodnej funkcji, podstawowe własności funkcji różniczkowalnych. Twierdzenia o wartości średniej w rachunku różniczkowym i ich zastosowania.
12. Definicja ekstremum lokalnego funkcji jednej zmiennej. Warunek konieczny i warunki wystarczające istnienia ekstremum lokalnego. Ekstremum globalne funkcji.
13. Funkcje wielu zmiennych – pochodne, gradient, jakobian ekstrema lokalne.
14. Określenie ciągu i szeregu funkcyjnego, zbieżność punktowa i jednostajna. Własności zbieżności jednostajnej. Kryterium zbieżności jednostajnej szeregu funkcyjnego.
15. Szereg potęgowy, promień i przedział zbieżności. Twierdzenie Cauchy’ego-Hadamarda. Szereg Taylora i Maclaurina.
16. Definicja i własności funkcji pierwotnej, całki nieoznaczonej.
17. Określenie całki oznaczonej Riemanna i jej własności. Podstawowe twierdzenie rachunku całkowego. Twierdzenia o wartości średniej dla całek oznaczonych. Zastosowanie całek oznaczonych.
18. Definicja przestrzeni metrycznej, przykłady takich przestrzeni. Interpretacja znanych pojęć i twierdzeń w języku przestrzeni metrycznych.
19. Ciało liczb zespolonych. Interpretacja geometryczna liczby zespolonej, postać trygonometryczna liczby zespolonej, działania na liczbach zespolonych, pierwiastki z jedności. Podstawowe twierdzenie algebry.
20. Definicje i przykłady podstawowych struktur algebraicznych (grupy, pierścienie, ciała, przestrzenie liniowe). Pojęcia dotyczące przestrzeni liniowych (liniowa zależność i niezależność układu wektorów, baza i wymiar przestrzeni).
21. Algebra macierzy. Rząd macierzy i jego własności, wyznacznik i jego własności, macierz odwrotna, przekształcenia liniowe, układy równań liniowych (twierdzenie Cramera, twierdzenie Kroneckera-Capellego).
22. Iloczyn skalarny, baza ortogonalna, baza ortonormalna, iloczyn wektorowy, przekształcenia izometryczne.

23. Podstawowe wzory kombinatoryczne
24. Podstawowe pojęcia rachunku prawdopodobieństwa, przestrzeń probabilistyczna, klasyczna definicja prawdopodobieństwa, prawdopodobieństwo geometryczne, zmienne losowe.
25. Prawdopodobieństwo warunkowe, wzór na prawdopodobieństwo całkowite, wzór Bayesa. Niezależność zdarzeń. Schemat Bernoulliego.

### ***Zagadnienia dodatkowe dla specjalności nauczycielskiej w zakresie matematyki:***

26. Konstrukcja zbioru liczb całkowitych, wymiernych i rzeczywistych.
27. Podstawowe twierdzenia i pojęcia teorii grup (rząd grupy, Twierdzenie Lagrange'a, grupy ilorazowe, homomorfizm grup).
28. Pierścienie wielomianów jednej zmiennej (twierdzenie o dzieleniu wielomianów, twierdzenie Bezout).
29. Przekształcenia geometryczne, własności miarowe wielokątów.
30. Metody nauczania i ich zastosowanie na lekcjach matematyki.
31. Cele nauczania matematyki ze szczególnym uwzględnieniem sposobu zapisu celów operacyjnych.
32. Psychologia poznawcza i behawioryzm oraz ich wpływ na nauczanie matematyki.
33. Praca z uczniem o specjalnych potrzebach edukacyjnych.
34. Technologie informacyjno-komunikacyjne w nauczaniu matematyki.
35. Systemy i modele dydaktyczne.

### ***Zagadnienia dodatkowe dla specjalności teoretycznej:***

26. Aksjomatyka teorii mnogości.
27. Konstrukcja zbioru liczb całkowitych, wymiernych i rzeczywistych.
28. Liczby kardynalne. Działania na liczbach kardynalnych. Nierówności. Hipoteza continuum.
29. Twierdzenie o funkcji uwikłanej. Ekstrema funkcji uwikłanej.
30. Ekstremum warunkowe funkcji wielu zmiennych. Warunek konieczny istnienia ekstremum warunkowego (metoda mnożników Lagrange'a).
31. Twierdzenie Fubiniego.
32. Twierdzenie o zamianie zmiennych w całce Riemanna. Zastosowanie współrzędnych biegunowych i sferycznych dla funkcji wielu zmiennych.
33. Zmienna losowa, wartość oczekiwana i wariancja. Niezależność zmiennych losowych. Współczynnik korelacji zmiennych losowych.
34. Definicja i przykłady grupy, pierścienia i ciała.
35. Różne rodzaje przestrzeni metrycznych (przestrzenie zupełne, zwarte, spójne, ośrodkowe) – przykłady, definicje i podstawowe własności.

***Zagadnienia dodatkowe dla specjalności matematyka finansowa i aktuarialna:***

26. Zmiana wartości pieniądza w czasie, dyskontowanie i akumulacja, stopa procentowa i dyskontowa, oprocentowanie proste i składane, kapitalizacja w podokresach i w nadokresach, z dołu i z góry, kapitalizacja ciągła.
27. Renty i inne przepływy pieniężne, wartość obecna i przyszła ciągu płatności, wewnętrzna stopa zwrotu, schematy spłaty kredytów, symbole aktuarialne związane z rentami.
28. Rynki kapitałowe i instrumenty pochodne, wycena instrumentów pochodnych, model Coxa-Rossa-Rubinsteina.
29. Podstawowe dyskretne rozkłady prawdopodobieństwa i ich własności: rozkład dwumianowy, geometryczny, ujemny dwumianowy, Poissona, hipergeometryczny. Podstawowe ciągłe rozkłady prawdopodobieństwa i ich własności: rozkład wykładniczy, gamma, beta, Pareto, normalny, lognormalny, Cauchy'ego.
30. Momenty i kumulanty rozkładów prawdopodobieństwa, współczynnik zmienności, skośność i kurtoza, funkcje generujące momenty.
31. Mieszane i złożone rozkłady prawdopodobieństwa i ich zastosowanie w ubezpieczeniach, wzór Panjera.
32. Ubezpieczenia na życie: Rozkład długości trwania życia, tablice trwania życia, intensywność wymierania, wartość aktuarialna netto, zasada równoważności aktuarialnej, składki i rezerwy netto, symbole aktuarialne związane z ubezpieczeniami na życie.
33. Łańcuchy Markowa.
34. Podstawowe pojęcia statystyczne, estymacja punktowa i przedziałowa, własności estymatorów (m.in. zgodność, nieobciążoność), estymatory największej wiarygodności, prawa wielkich liczb i centralne twierdzenie graniczne oraz ich najprostsze zastosowania w statystyce.
35. Testowanie hipotez statystycznych, błędy I i II rodzaju, poziom istotności i moc testu, testy najmocniejsze i lemat Neymana-Pearsona.

***Zagadnienia dodatkowe dla specjalności matematyka finansowa (studia niestacjonarne):***

26. Modele wartości pieniądza w czasie. Kapitalizacja okresowa, kapitalizacja ciągła. Wartość bieżąca, wartość przyszła. Pojęcia kredytu, renty, renty wieczystej, zadłużenia bieżącego. Współczynnik akumulacji kapitału
27. Definicje i charakteryzacja mierników efektywności finansowych. Efektywna stopa procentowa, realna stopa procentowa (uwzględniająca inflację). Stopa zwrotu ciągu inwestycji finansowych. Wewnętrzna oraz zewnętrzna stopa zwrotu. Stopa rentowności obligacji.
28. Ryzyko inwestowania w obligacje, rodzaje ryzyka, miary ryzyka. Średni czas trwania oraz wypukłość obligacji.
29. Podstawowe dyskretne rozkłady prawdopodobieństwa i ich własności: rozkład dwumianowy, geometryczny, ujemny dwumianowy, Poissona, hipergeometryczny. Podstawowe ciągłe rozkłady prawdopodobieństwa i ich własności: rozkład wykładniczy i normalny.
30. Pojęcie portfela aktywów, parametry portfela. Zbiór możliwości inwestycyjnych – definicja oraz własności.

31. Relacja Markowitza. Portfele efektywne. Portfel rynkowy, portfel minimalnego ryzyka. Model wyceny aktywów kapitałowych CAPM.
32. Kontrakty forward i futures (kontrakty towarowe, walutowe, procentowe, kontrakty na papiery wartościowe, kontrakty wymiany). Cele zawierania kontraktów. Zysk, strata, ryzyko każdej strony kontraktu.
33. Modelowanie zmienności ceny aktywów. Modele addytywne, multiplikatywne.
34. Opcje kupna i sprzedaży. Wycena opcji oparta na modelu dwumianowym zmienności aktywa bazowego przy założeniu braku arbitrażu.