

## Pytania na egzamin z algebry liniowej z geometrią (semestr letni, 2019/20):

1. Podaj i zilustruj przykładami definicje pierścienia i ciała.
2. Podaj i zilustruj przykładami definicje przestrzeni i podprzestrzeni liniowej (wektorowej).
3. Podaj i zilustruj przykładami definicje przekształcenia liniowego i izomorfizmu przestrzeni liniowych (wektorowych), jądra i obrazu przekształcenia liniowego.
4. Podaj i zilustruj przykładami definicje przestrzeni afinicznej i przekształcenia afinicznego.
5. Podaj określenia liczby zespolonej, jej części rzeczywistej/urojonej i jej modułu oraz sumy i iloczynu liczb zespolonych.
6. Opisz pierścień wielomianów (jednej zmiennej).
7. Omów zagadnienie mnożenia i potęgowania liczby zespolonych. Podaj wzory de Moivre'a.
8. Omów zagadnienie pierwiastkowania liczb zespolonych. Podaj wzory wyrażające pierwiastki  $n$ -tego stopnia z jedności.
9. Omów zagadnienie liniowej niezależności wektorów, pojęcie bazy i wymiaru przestrzeni liniowej (wektorowej).
10. Omów pojęcie wypukłości figur w przestrzeni afinicznej.
11. Omów zagadnienie istnienia otoczki wypukłej figury w przestrzeni afinicznej.
12. Omów pojęcie sympleksu w przestrzeni afinicznej.
13. Omów pojęcie środka ciężkości i sposób wprowadzenia współrzędnych barycentrycznych.
14. Omów pojęcia triangulacji i charakterystyki Eulera wielościanu.
15. Uzasadnij poprawność definicji wymiaru przestrzeni liniowej (wektorowej).
16. Sformułuj znane Ci twierdzenia o wymiarze przestrzeni liniowych, jedno z nich udowodnij.
17. Sformułuj zasadnicze twierdzenie algebry, omów jego znaczenie i znane Ci przykłady zastosowań
18. Podaj i zilustruj przykładem definicje iloczynu skalarnego i przestrzeni euklidesowej.
19. Podaj i zilustruj przykładami definicję izometrii przestrzeni euklidesowej.
20. Omów zagadnienie prostokątności w przestrzeni euklidesowej.
21. Omów pojęcie i własności macierzy ortogonalnych.
22. Omów pojęcia wartości i wektorów własnych endomorfizmu.
23. Omów procedurę kompleksyfikacji przestrzeni i przekształceń liniowych.
24. Podaj określenie i podstawowe własności iloczynu kramitowskiego.
25. Omów pojęcia endomorfizmów sprzężonych, samosprzężonych, hermitowskich.
26. Sformułuj i udowodnij nierówność Schwarz'a. Omów jej konsekwencje.
27. Sformułuj i udowodnij twierdzenie Schmidta o ortogonalizacji baz.
28. Wyprowadź wzór na objętość równoległościanu w przestrzeni euklidesowej.
29. Sformułuj i udowodnij twierdzenie Sylwestera o macierzach określonych dodatnio.
30. Sformułuj i udowodnij twierdzenie o istnieniu wartości własnych w przypadku zespolonym.
31. Sformułuj i udowodnij twierdzenie spektralne w przypadku zespolonym.
32. Sformułuj i naszkicuj dowód twierdzenia spektralnego w przypadku rzeczywistym.
33. Sformułuj i przeanalizuj twierdzenie o postaci kanonicznej Jordana dla macierzy.

**Uwagi. 1.** Egzamin będzie miał charakter ustny. Jego szczegółowa forma będzie zależeć od sytuacji epidemicznej. **2.** Proszę pamiętać o tym, że ze względu na spójność matematyki, do pomyślnego zdania egzaminu w semestrze letnim potrzebna jest wiedza z semestru zimowego, proszę więc ją sobie powtórzyć.

**Życzę powodzenia w przygotowaniach i samym egzaminie.**